

DVOSTRUKO (DVOJNO, OBOSTRANO) ARMIRANI PRESECI

Kada jednostruko armirani presek, sa punim korišćenjem pritisnutog betona ($\sigma_c = f_{cd}$) i $\epsilon_c = 3.5\%$, nije u stanju da primi spoljašnji moment M_{Es} , tada se projektuje dvostruko (dvojno, obostrano) armirani presek. To se dešava kada su dimenzije poprečnog preseka limitirane, kada se ne može promeniti klasa čvrstoće betona i sl.

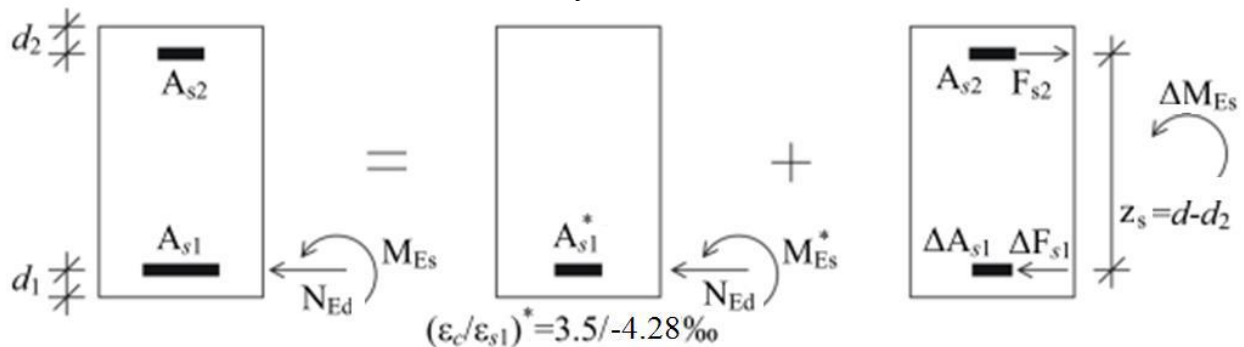
U području dilatacija $\epsilon_s^* = -4.28\% \leq \epsilon_s \leq 0$ u armaturi, smanjuje se napon (čelik je neiskorišćen) što ima za posledicu neracionalno povećanje potrebne površine zategnute armature A_{s1} .

Za $\epsilon_{s1} \leq -4.28\%$ treba preći sa jednostrukog armiranja na dvostruko armiranje sa stanjem dilatacija $\epsilon_c/\epsilon_{s1} = 3.5/-4.28\%$ (stanje (*)) za koje iz tablica za jednostruko armiranje (pravougaoni presek) bezdimenzionalni koeficijenti su:

$$\mu_{Ed}^* = 0.2960$$

$$\omega^* = 0.364$$

$$\zeta^* = 0.813$$



gde su:

- M_{Es}^* - granični moment savijanja u odnosu na težište zategnute armature koji presek može da prihvati kao jednostruko armiran, tj pri stanju dilatacija $\epsilon_c/\epsilon_{s1} = 3.5/-4.28\%$ (potpuno iskorišćenje pritisnutog betona).

$$M_{Es}^* = \mu_{Es} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

- $\Delta M_{Es} = M_{Es} - M_{Es}^*$ - dodatni granični moment savijanja koji se poverava spregu sila $F_{s2} = \Delta F_{s1}$ koje primaju pritisnuta armatura A_{s2} i zategnuta armatura ΔA_{s1} .

$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_1) \cdot f_{yd}} \quad \text{i}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_1) \cdot f_{yd}}$$

- A_{s1}^* - površina zategnute armature za stanje dilatacija $\epsilon_c/\epsilon_{s1} = 3.5/-4.28\%$ (za $\mu_{lim} = 0.296$)

$$A_{s1}^* = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

- A_{s1} - ukupna površina zategnute armature

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1}$$

$$A_{s1} = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \pm \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_1) \cdot f_{yd}}$$

+ sila zatezanja

- sila pritiska

PRIMER 1

Dimenzionisati AB pravougaoni presek izložen čistom savijanju.

$$b/h = 30/60 \text{ cm}$$

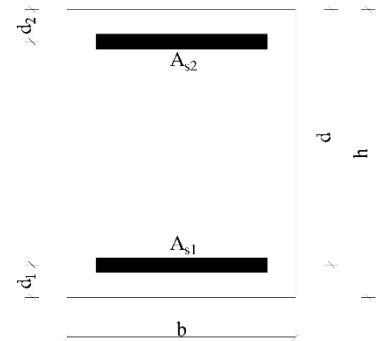
$$M_g = 304,0 \text{ kNm}$$

$$M_q = 140,0 \text{ kNm}$$

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa} = 2,0 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} = 43,478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$c_{nom} = 3,0 \text{ cm}$$



Dimenzionisanje

$d_1^{pret.} = 8 \text{ cm}$ - rastojanje između težišta zategnute armature i pritisnute ivice preseka

$d_2^{pret.} = 5 \text{ cm}$ - rastojanje između težišta pritisnute armature i pritisnute ivice preseka

$d = h - d_1 = 60 - 8 = 52,0 \text{ cm}$ - statička visina preseka

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,50 \cdot M_q$$
$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 304,0 + 1,50 \cdot 140,0 = 620,40 \text{ kNm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} \pm N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$
$$N_{Ed} = 0 \rightarrow M_{Ed} = M_{Eds}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{620,40 \cdot 10^2}{30 \cdot 52^2 \cdot 2} = 0,382 > \mu_{lim} = 0,296 \rightarrow \text{dvostruko armirani presek}$$

Očitano za $\mu_{lim} = 0,296$: $\omega_{lim} = 0,364$; $\xi_{lim} = 0,45$; $\zeta_{lim} = 0,813$;

-Moment savijanja koji može da primi jednostruko armirani presek:

$$M_{lim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$M_{lim} = 0,296 \cdot 30 \cdot 52^2 \cdot 2,0 = 48023,04 \text{ kNcm} \cdot 10^{-2} = 480,23 \text{ kNm}$$

ΔM je vrednost momenta za koji treba sračunati pritisnutu armaturu A_{s2} i dodatnu zategnutu armaturu:

$$\Delta M = M_{Eds} - M_{lim}$$
$$\Delta M = 620,40 - 480,23$$
$$\Delta M = 140,17 \text{ kNm}$$

- Potrebna površina zategnute armature:

$$A_{s1} = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \pm \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_1) \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 0,365 \cdot 30 \cdot 52 \cdot \frac{20}{434,78} \pm \frac{0}{434,78 \cdot 10^{-1}} + \frac{140,17 \cdot 10^2}{(52 - 8) \cdot 434,78 \cdot 10^{-1}} \rightarrow A_{s1} = 33,52 \text{ cm}^2$$

Usvojeno 3RØ40(37,70 cm²)

-Potrebna površina pritisnute armature:

$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{lim}}{(d - d_1) \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \frac{140,17 \cdot 10^2}{(52 - 8) \cdot 43,478} \rightarrow A_{s2} = 7,33 \text{ cm}^2$$

Usvojeno 2RØ25(9,82 cm²)

-Minimalna potrebna površina armature za savijanje:

$$A_{s,min} \geq \max \begin{cases} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \\ 0,0013 \cdot b \cdot d \end{cases}$$

C30/37 → $f_{ctm}=2,9\text{MPa}$ - srednja vrednost čvrstoće betona pri zatezanju (Tabela 3.1.- EC2)

$$A_{s,min} \geq \max \begin{cases} 0,26 \cdot \frac{2,9}{500} \cdot 30 \cdot 52 = 0,235\text{cm}^2 \\ 0,0013 \cdot 30 \cdot 52 = 2,03\text{cm}^2 \end{cases} \rightarrow A_{s,min}=2,03\text{cm}^2$$

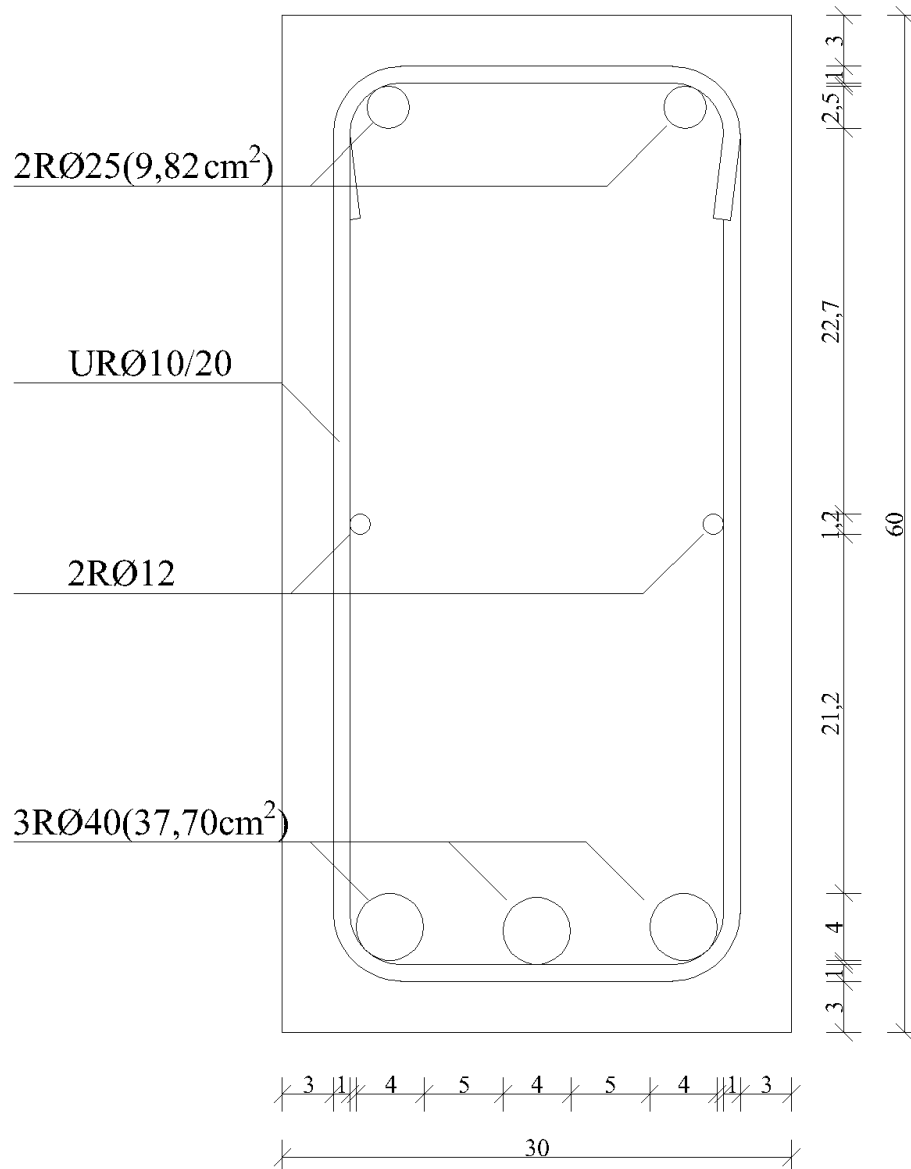
-Maksimalna površina armature za savijanje:

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot b \cdot h$$

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot 30 \cdot 60 = 72,0\text{cm}^2$$

$$A_{s1} < A_{s,max}$$

$$A_{s2} < A_{s,max}$$



PRIMER 2

Dimenzionisati AB pravougaoni presek izložen momentu savijanja i normalnoj sili.

$$b/h = 50/45 \text{ cm}$$

$$M_g = 59,27 \text{ kNm} \quad N_g = 182,03 \text{ kNm (sila pritiska)}$$

$$M_q = 240,31 \text{ kNm} \quad N_q = 701,73 \text{ kNm (sila pritiska)}$$

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa} = 2,0 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} = 43,478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

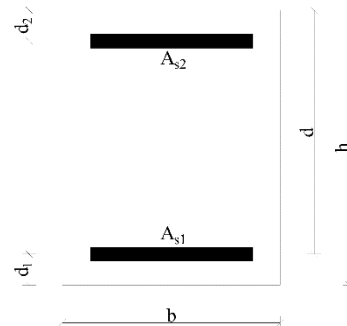
$$c_{nom} = 3,0 \text{ cm}$$

Dimenzionisanje

$$d_1^{pret.} = 5 \text{ cm} - \text{rastojanje između težišta zategnute armature i pritisnute ivice preseka}$$

$$d_2^{pret.} = 5 \text{ cm} - \text{rastojanje između težišta pritisnute armature i pritisnute ivice preseka}$$

$$d = h - d_1 = 45 - 5 = 40,0 \text{ cm} - \text{statička visina preseka}$$



$$N_{Ed} = 1,35 \cdot N_g + 1,50 \cdot N_q$$
$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 182,03 + 1,50 \cdot 701,73 = \underline{1298,33 \text{ kN}}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,50 \cdot M_q$$
$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 59,27 + 1,50 \cdot 240,31 = \underline{440,48 \text{ kNm}}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} \pm N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) \quad + \text{ sila pritiska}$$

$$M_{Eds} = 440,48 + 1298,33 \left(\frac{0,45}{2} - 0,05 \right) \rightarrow M_{Eds} = 667,69 \text{ kNm} \quad - \text{ sila zatezanja}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{667,69 \cdot 10^2}{50 \cdot 40^2 \cdot 2} = 0,418 > \mu_{lim} = 0,296 \rightarrow \text{dvostruko armirani presek}$$

Očitano za $\mu_{lim} = 0,296$: $\omega_{lim} = 0,364$; $\zeta_{lim} = 0,45$; $\zeta_{lim} = 0,813$;

- Moment savijanja koji može da primi jednostruko armirani presek:

$$M_{lim} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$M_{lim} = 0,296 \cdot 50 \cdot 40^2 \cdot 2,0 = 47360,00 \text{ kNcm} \cdot 10^{-2} = 473,60 \text{ kNm}$$

ΔM je vrednost momenta za koji treba sračunati pritisnutu armaturu A_{s2} i dodatnu zategnutu armature:

$$\Delta M = M_{Eds} - M_{lim}$$
$$\Delta M = 667,69 - 473,60$$
$$\Delta M = 194,09 \text{ kNm}$$

- Potrebna površina zategnute armature:

$$A_{s1} = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \pm \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_1) \cdot f_{yd}} \quad + \text{ sila zatezanja}$$
$$- \text{ sila pritiska}$$

$$A_{s1} = 0,365 \cdot 50 \cdot 40 \cdot \frac{20}{434,78} - \frac{1298,33}{434,78 \cdot 10^{-1}} + \frac{194,09 \cdot 10^2}{(40 - 5) \cdot 434,78 \cdot 10^{-1}} \rightarrow A_{s1} = 16,47 \text{ cm}^2$$

Usvojeno 4RØ25 (19,63 cm²)

- Potrebna površina pritisnute armature:

$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{lim}}{(d - d_1) \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \frac{194,09 \cdot 10^2}{(40 - 5) \cdot 434,78 \cdot 10^{-1}} \rightarrow A_{s2} = 12,75 \text{ cm}^2$$

Usvojeno 3RØ25 (14,73 cm²)

-Minimalna potrebna površina armature za savijanje:

$$A_{s,\min} \geq \begin{cases} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \\ 0,0013 \cdot b \cdot d \end{cases}$$

C30/37 → $f_{ctm}=2,9\text{MPa}$ - srednja vrednost čvrstoće betona pri zatezanju (Tabela 3.1.- EC2)

$$A_{s,\min} \geq \begin{cases} 0,26 \cdot \frac{2,9}{500} \cdot 50 \cdot 40 = 3,02\text{cm}^2 \\ 0,0013 \cdot 50 \cdot 40 = 2,60\text{cm}^2 \end{cases} \rightarrow A_{s,\min}=3,02\text{cm}^2$$

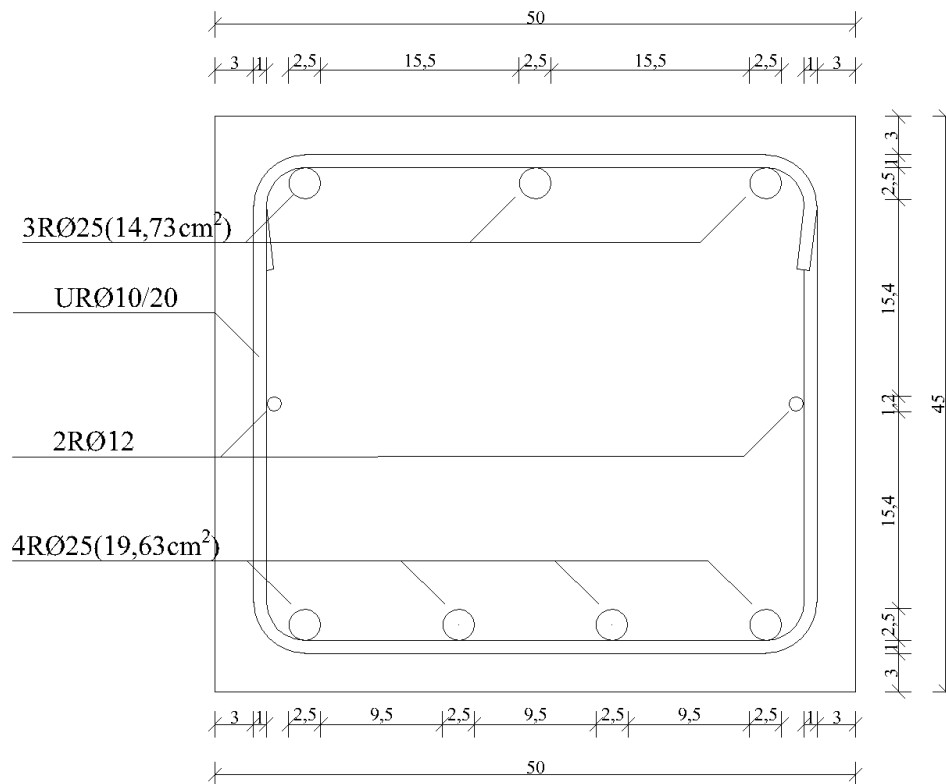
-Maksimalna površina armature za savijanje:

$$A_{s,\max} = 0,04 \cdot b \cdot h$$

$$A_{s,\max} = 0,04 \cdot 50 \cdot 45 = 90,0\text{cm}^2$$

$$A_{s1} < A_{s,\max}$$

$$A_{s2} < A_{s,\max}$$



Geometrijske karakteristike B500B armature prema SRPS EN 10080																
Ø	Površina poprečnog preseka za n komada															Težina
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
[mm]	[cm ²]															[kg/m]
6	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83	3.11	3.39	3.68	3.96	4.24	0.222
8	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	5.03	5.53	6.03	6.53	7.04	7.54	0.395
10	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85	8.64	9.42	10.21	11.00	11.78	0.617
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	12.44	13.57	14.70	15.83	16.96	0.888
14	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13.85	15.39	16.93	18.47	20.01	21.55	23.09	1.210
16	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11	22.12	24.13	26.14	28.15	30.16	1.580
20	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	31.42	34.56	37.70	40.84	43.98	47.12	2.470
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	49.09	54.00	58.90	63.81	68.72	73.63	3.850
28	6.16	12.32	18.47	24.63	30.79	36.95	43.10	49.26	55.42	61.58	67.73	73.89	80.05	86.21	92.36	4.830
32	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	80.42	88.47	96.51	104.55	112.59	120.64	6.310
40	12.57	25.13	37.70	50.27	62.83	75.40	87.96	100.53	113.10	125.66	138.23	150.80	163.36	175.93	188.50	9.860
50	19.63	39.27	58.90	78.54	98.17	117.81	137.44	157.08	176.71	196.35	215.98	235.62	255.25	274.89	294.52	15.400

Podatke za izradu grafičkog rada, studenti će dobiti u toku nedelje (svaki student je u obavezi da pošalje mail sa brojem indeksa, da bi dobio potrebne podatke).
 Konsultacije: putem mail-a ili na broj 069/631-830, u terminu vežbi (utorkom od 14h do 17h i četvrtkom od 14 do 16h)