

Generalni postupak proračuna (smicanje)

Definisane su sledeće vrednosti:

$V_{Rd,c}$ - proračunska vrednost nosivosti pri smicanju elementa bez armature za smicanje,

$V_{Rd,s}$ - proračunska vrednost sile smicanja koju može da prihvati armatura za smicanje na granici razvlačenja,

$V_{Rd,max}$ - proračunska vrednost maksimalne sile smicanja koju element može da prihvati, ograničena lomom (drobljenjem) betona u pritisnutim štapovima,

V_{Ed} - proračunska sila smicanja u posmatranom preseku usled spoljašnjeg opterećenja.

1. slučaj:

Ako je $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ nije potrebna nikakva proračunska armatura za smicanje (treba predvideti minimalnu armaturu za smicanje $A_{sw,min}$).

2. slučaj:

Ako je $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ treba predvideti armaturu za smicanje dovoljnu da je $V_{Ed} \leq V_{Rd}$, kao i $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$.

Zadatak 1

Izvršiti osiguranje pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 35/80$ cm od sile $V_{Ed} = 80$ kN.

Presek sadrži glavnu armaturu u donjoj zategnutoj zoni: 3RØ20;

C30/37; B500B; $C_{nom} = 3$ cm;

$d = 75$ cm

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} = 2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Provera $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c,min}$$

Gde je:

$$f_{ck} [\text{MPa}]$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad \text{za } d [\text{mm}]$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$$

b_w - najmanja širina poprečnog preseka u zategnutoj zoni u [mm],

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.2 \cdot f_{cd} \text{ u [MPa]} - \text{srednja vrednost napona pritiska u betonu}$$

N_{Ed} - aksijalna sila u poprečnom preseku od opterećenja u [N]

A_c površina poprečnog preseka betona u [mm²],,

$V_{Rd,c}$ u [N].

Napomena: EC2 preporučuje vrednosti za $C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c}$, $v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$ i $k_1 = 0.15$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{750}} = 1.52 \leq 2.0$$

za 3RØ20, $A_{sl}=9,42\text{cm}^2$ (površina podužne zategnute armature u zoni oslonca),

$b_w=b$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{9.42}{35 \cdot 75} = 0.0036 \leq 0.02$$

$f_{ck} = 30.0\text{MPa}$,

$k_1 = 0.15$

$$N_{Ed}=0 \rightarrow \sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.52 \cdot (100 \cdot 0.0036 \cdot 30\text{MPa})^{1/3} + 0.15 \cdot 0 \right] \cdot 350\text{mm} \cdot 750\text{mm}$$

$$V_{Rd,c} = 105490.023\text{N} = 105.49\text{kN} \geq V_{Rd,c,min}$$

Minimalna vrednost $V_{Rd,c,min}$

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.52^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.358$$

$$V_{Rd,c,min} = (0.358 + 0.15 \cdot 0) \cdot 350\text{mm} \cdot 750\text{mm} = 93967.50\text{N} \rightarrow V_{Rd,c,min} = 93.97\text{kN}$$

$V_{Ed} = 80\text{kN} \leq V_{Rd,c} = 105,47\text{kN} \rightarrow$ nije potrebna proračunska armatura za smicanje (treba predvideti minimalnu armaturu za smicanje $A_{sw,min}$).

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} \cdot s \cdot b_w \cdot \sin \alpha$$

ugao α je ugao koji zaklapaju uzengije sa podužnom osom nosača

$\alpha=90^0 \rightarrow$ vertikalne uzengije ($\sin 90^0=1$), armatura za smicanje treba da bude pod uglom α između 45° i 90° u odnosu na podužnu osu konstrukcijskog elementa.

s -međusobno rastojanje uzengija po dužini nosača

$\rho_{w,min}$ - minimalni koeficijent armiranja armaturom za smicanje

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \rho_{w,min} \cdot b_w$$

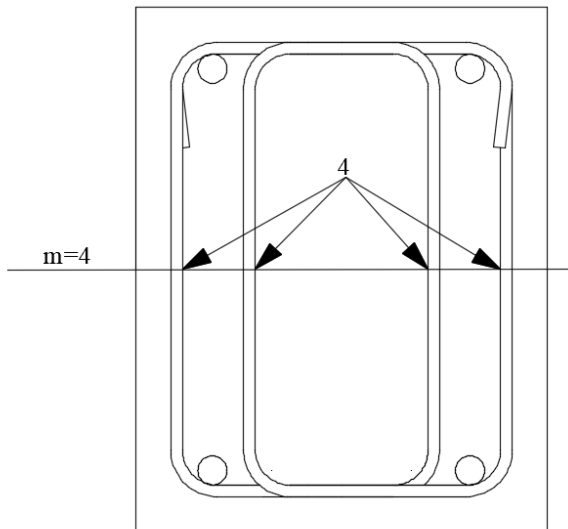
$$\rho_{w,min} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{30})}{500} = 8.764 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{A_{sv,min}}{s} = \rho_{w,min} \cdot b_w = 8.764 \cdot 10^{-4} \cdot 35 = 0.031 \frac{cm^2}{cm}$$

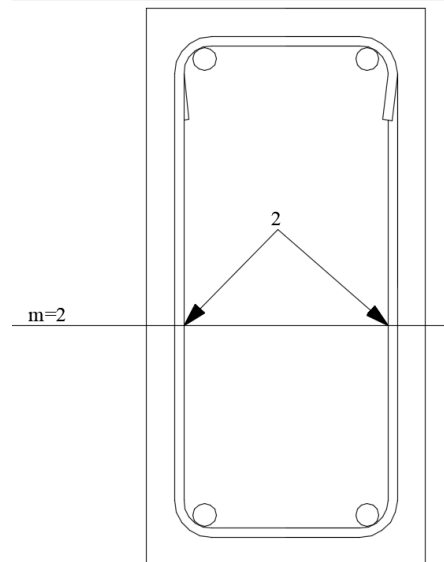
$A_{sw} = m \cdot a_s^{(1)}$, m – sečnost uzengija, $a_s^{(1)}$ – površina armaturnog profila uzengije

Sečnost predstavlja broj preseka zamišljene horizontalne linije i uzengije, kroz poprečni presek nosača.

Npr. Sečnost 4



Npr. Sečnost 2



Vrednost sečnosti i vrednost međusobnog rastojanja uzengija se usvaja.

$$s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \text{ctg } \alpha) = 0.75 \cdot d \cdot (1 + 0) = 0.75 \cdot 75 \text{cm} = 56.25 \text{cm}$$

$s_{l,max}$ – maksimalno moguće međusobno rastojanje uzengija

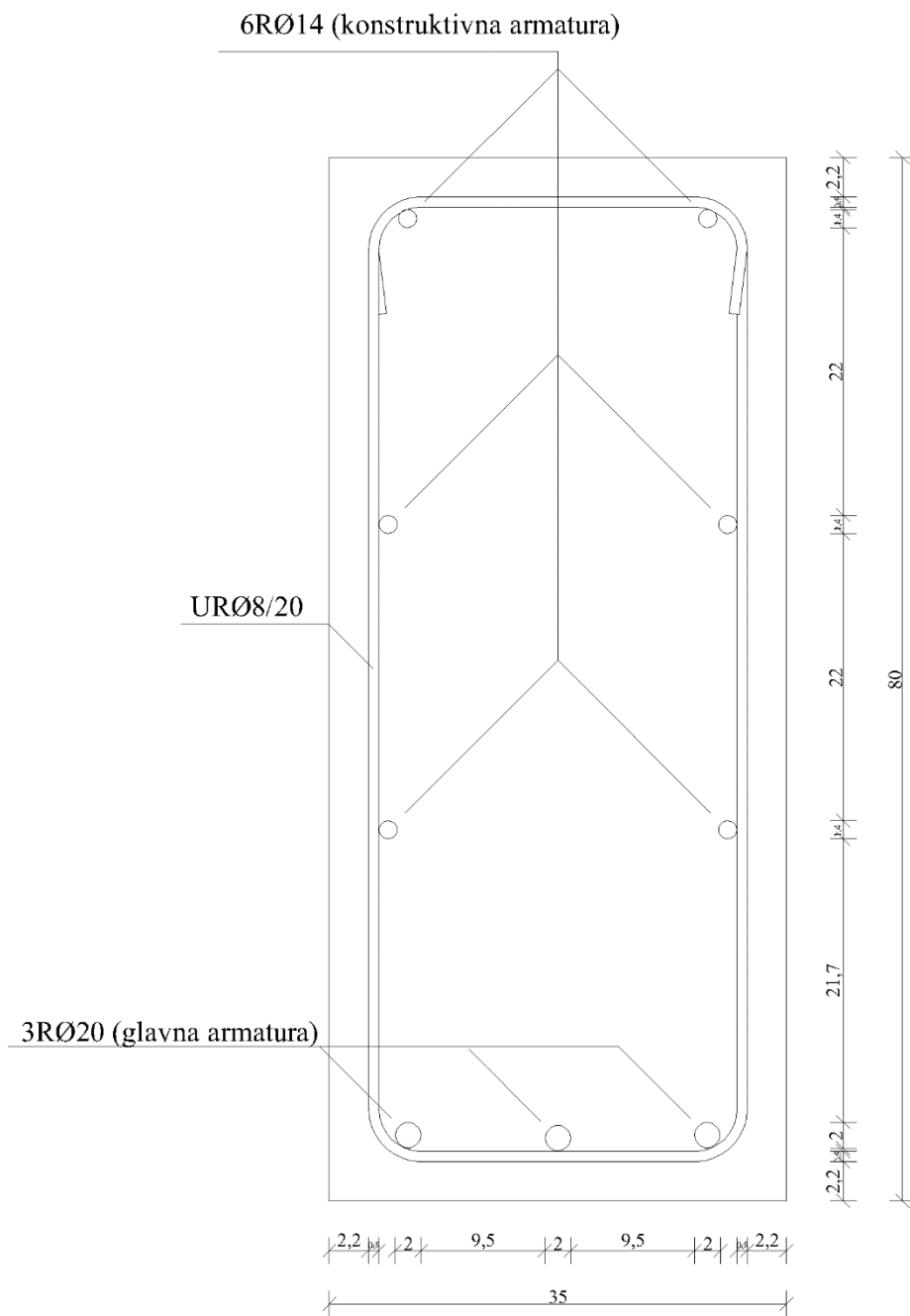
Usvojeno: $m=2$, $s=20\text{cm}$

$$A_{sw} = m \cdot a_s^{(1)}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.031 \frac{cm^2}{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.031 \cdot 20}{2} = 0.31 \text{cm}^2 \text{ (površina poprečnog preseka šipke uzengije)}$$

usvajam prečnik uzengije URØ8 ($a_s^{(1)} = 0,5 \text{cm}^2$)

$$\text{usvajam uzengije } U\text{Ø}8/20\text{cm} \left(\frac{A_{sw}}{s} = \frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = \frac{2 \cdot 0.5}{20} = 0.05 \frac{cm^2}{cm} > \frac{A_{swmin}}{s} = 0.031 \frac{cm^2}{cm} \right)$$



Zadatak 2

Izvršiti osiguranje grede pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 35/80$ cm od sile $V_{Ed} = 360$ kN. Presek sadrži glavnu armaturu u donjoj zategnutoj zoni: 3RØ20;

C30/37; B500B; $C_{nom} = 3$ cm;
 $d = 75$ cm

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{30}{1.5} = 20 \text{ MPa} = 2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Provera $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c, \min}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{750}} = 1.52 \leq 2.0$$

za 3RØ20, $A_{sl} = 9,42 \text{ cm}^2$ (površina podužne zategnute armature u zoni oslonca),

$b_w = b$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{9.42}{35 \cdot 75} = 0.0036 \leq 0.02$$

$$f_{ck} = 30.0 \text{ MPa},$$

$$k_1 = 0.15$$

$$N_{Ed} = 0 \rightarrow \sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.52 \cdot (100 \cdot 0.0036 \cdot 30 \text{ MPa})^{1/3} + 0.15 \cdot 0 \right] \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm}$$

$$V_{Rd,c} = 105490.023 \text{ N} = 105.49 \text{ kN} \geq V_{Rd,c, \min}$$

Minimalna vrednost $V_{Rd,c, \min}$

$$V_{Rd,c, \min} = (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.52^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.358$$

$$V_{Rd,c, \min} = (0.358 + 0.15 \cdot 0) \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm} = 93967.50 \text{ N} \rightarrow V_{Rd,c, \min} = 93.97 \text{ kN}$$

$V_{Ed} = 360 \text{ kN} \geq V_{Rd,c} = 105,47 \text{ kN} \rightarrow$ Potrebna je proračunska armatura za smicanje.

V_{Rd} – nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$V_{Rd} = \min \begin{cases} V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg \theta \\ V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(c \cdot tg \theta + tg \theta)} \end{cases}$$

za $V_{Ed} = V_{Rd,max}$

$\alpha_{cw} = 1$ - za konstrukcije koje nisu prethodno napregnute

$$v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0.528$$

$$z = 0.9d \rightarrow z = 0.9 \cdot 75$$

$$z = 67.5 \text{ cm}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2 \cdot V_{Rd,max}}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2 \cdot 360}{1.0 \cdot 35 \cdot 67.5 \cdot 0.528 \cdot 2} = \frac{1}{2} \arcsin 0.28860$$

$$\theta = 8.38^\circ$$

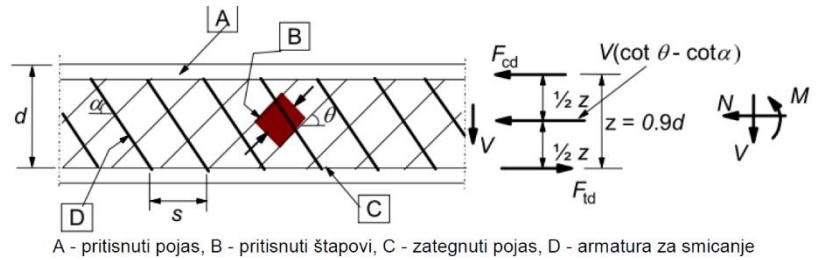
θ - ugao između pritisnutog betonskog štapa i ose grede upravne na silu smicanja
Ugao θ treba da se ograniči.

Preporučena vrednost prema EC2 je $1 \leq \text{ctg } \theta \leq 2.5$, tj. $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

S obzirom da je sračunati ugao θ manji od 21.8° , usvajamo da je $\theta = 21.8^\circ$

$$\theta = 21.8^\circ \rightarrow \text{ctg } \theta = 2.5002 \text{ i } \text{tg } \theta = 0.4;$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(c \text{tg } \theta + \text{tg } \theta)} = \frac{1.0 \cdot 35 \cdot 0.9 \cdot 75 \cdot 0.528 \cdot 2}{(2.5002 + 0.4)} = 860,22 \text{ kN}$$



za $V_{Ed} = V_{Rd,s}$

$$\rho_{w,min} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{30})}{500} = 8.764 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{A_{sv,min}}{s} = \rho_{w,min} \cdot b_w = 8.764 \cdot 10^{-4} \cdot 35 = 0.031 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

$$f_{ywd} = 0.8 \cdot f_{yk} \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] = 0.8 \cdot 50$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg } \theta$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg } \theta} = \frac{360 \text{ kN}}{0.9 \cdot 75 \cdot 0.8 \cdot 50 \cdot 2.5002} = 0.0533 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \geq \frac{A_{sv,min}}{s} = 0.031 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Usvajam $\alpha = 90^\circ \rightarrow$ vertikalne uzengije

$$s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \text{ctg } \alpha) = 0.75 \cdot d (1 + 0) = 0.75 \cdot 75 \text{ cm} = 56.25 \text{ cm}$$

Usvojeno: $m=2$, $s=20 \text{ cm}$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.0533 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.0533 \cdot 20}{2} = 0.533 \text{ cm}^2 \text{ (povšina poprečnog preseka uzengije)}$$

usvajam UØ10 ($a_s^{(1)} = 0.79 \text{ cm}^2$)

$$\text{usvajam uzengije UØ10/20cm} \left(\frac{A_{sw}}{s} = \frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = \frac{2 \cdot 0.79}{20} = 0.079 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} > \frac{A_{swmin}}{s} = 0.031 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \right)$$

Dodatna podužna armatura

Podužna zategnuta armatura treba da bude u stanju da prihvati dodatnu silu zatezanja usled smicanja $\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\text{ctg } \theta - \text{ctg } \alpha)$

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\text{ctg } \theta - \text{ctg } \alpha) = 0.5 \cdot 360 \text{ kN} \cdot (2.5002 - 0) = 450.036 \text{ kN}$$

$$A_{\Delta F_{td}} = \frac{\Delta F_{td}}{\sigma_{s1}} = \frac{450.036}{43.478} = 10.35 \text{ cm}^2 \quad \text{gde je: } \sigma_{s1} = f_{yd} \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$$

Usvajam dodatnu podužnu armaturu **4RØ20 (12,57cm²)**

Ukupna površina podužne armature:

$$A_{s1} = 3RØ20 + 4RØ20 = 7RØ20$$

$$A_{s1} = 9,42 + 12,57 = 21,99 \text{ cm}^2$$

3RØ20 (9,42cm²) je površina već postojeće podužne armature (armature za prijem napona zatezanja), ovaj podatak je dat zadatkom.

