

Čisto savijanje

# Čisto savijanje

Čisto savijanje je takav slučaj napreznja štapa kada je u poprečnim presecima štapa glavni vektor jednak nuli, a glavni moment ima

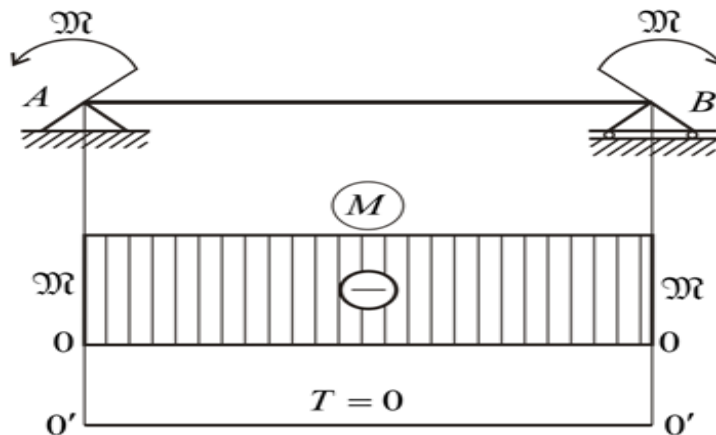
- ko
- Ako deluje samo moment savijanja, napreznje je čisto savijanje
  - Na gredu deluju dva sprega jednakih intenziteta a suprotnih smerova u vertikalnoj ravni



# Čisto savijanje

- Zbog diferencijalne zavisnosti između momenta i transverzalne sile, ako je transverzalna sila jednaka nuli, tada napadni moment ima konstantnu vrednost:

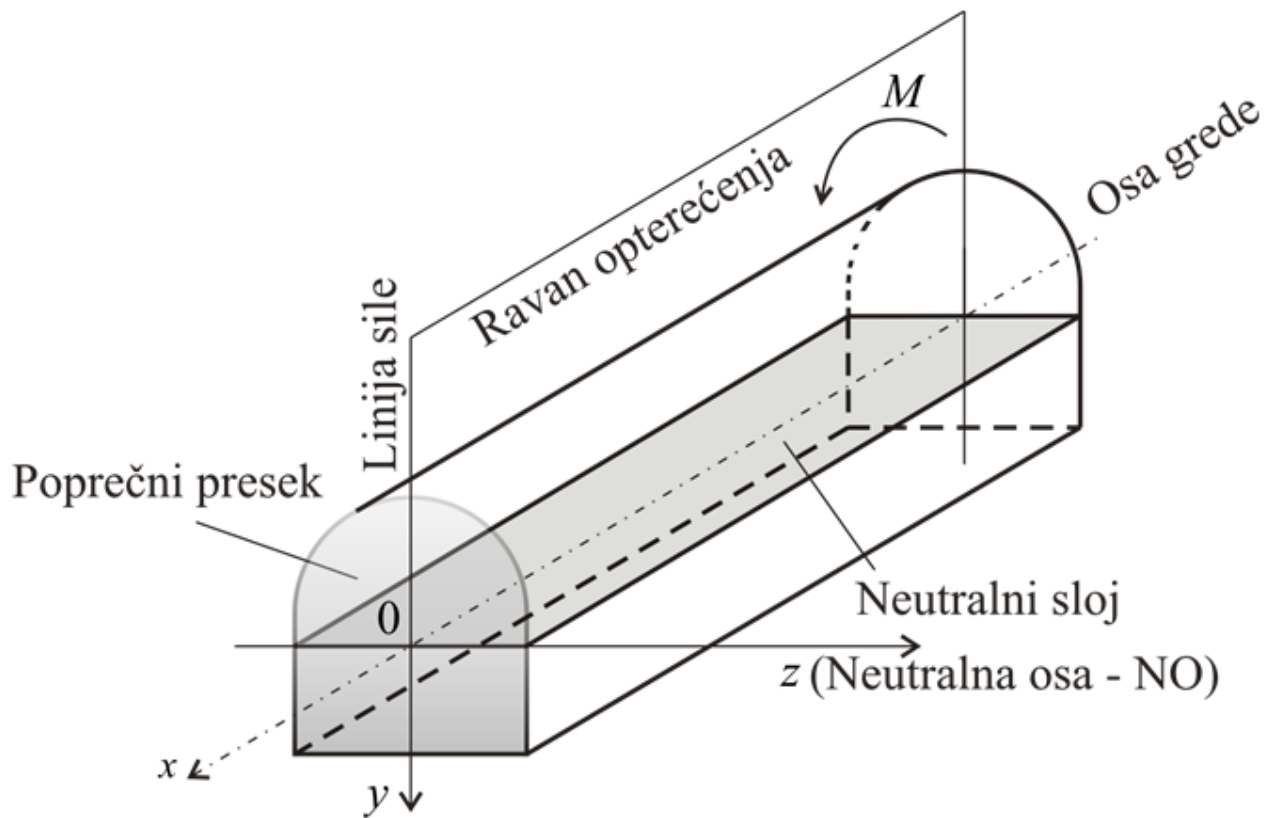
$$T = 0, \quad N = 0, \quad M \neq 0$$



# Čisto savijanje

- Spregovi istog intenziteta, a suprotnih smerova deluju u vertikalnoj ravni koja prolazi kroz uzdužnu osu nosača  $Az$
- Ova vertikalna ravan je **RAVAN SAVIJANJA**
- Horizontalna osa u ravni koja sadrži uzdužnu osu, a upravna je na nju (obeležena sa  $x$ ) naziva se **NEUTRALNA OSA**

# Čisto savijanje



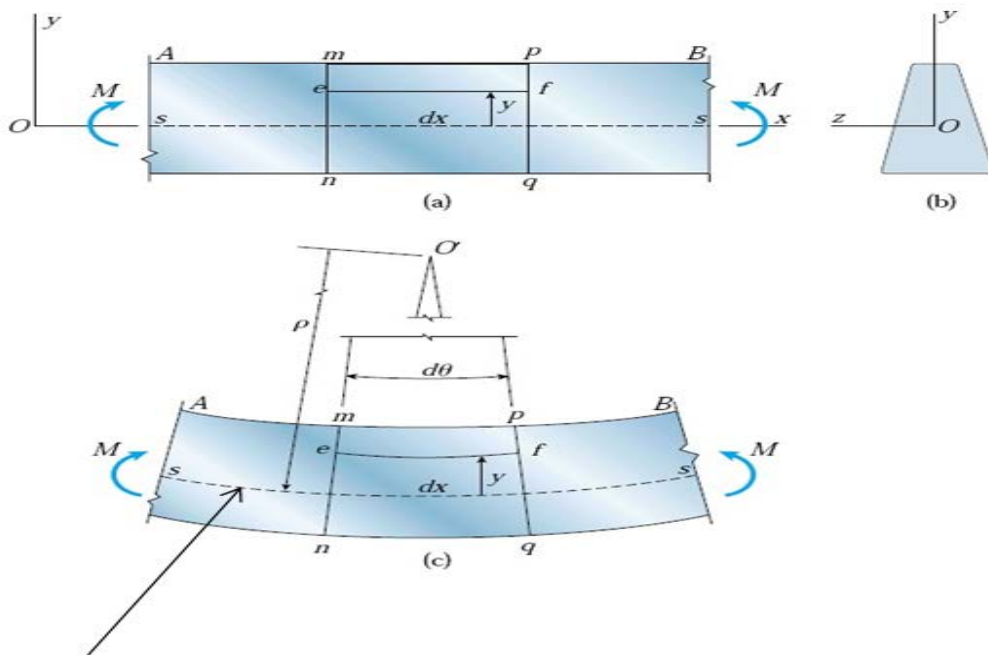
# Čisto savijanje

- Deformacije grede pri čistom savijanju menjaju se linearno s udaljenošću od neutralne površine.
- Uvodimo sledeće pretpostavke:
- Tačke koje se nalaze u ravnima upravnim na osu štapa pre deformacije ostaju i posle deformacije u ravnima upravnim na deformisanu osu štapa - hipoteza ravnih preseka (Bernulijeva hipoteza).
- Podužna vlakna ne dejstvuju jedna na druge,
- Jedna od glavnih centralnih osa inercije leži u ravni opterećenja,

# Čisto savijanje

- Ako se posmatra prosta greda koja je opterećena spregovima sila nad osloncima. U zavisnosti od smera spregova sila, jedna vlakna se izdužuju, a druga skraćuju.
- Kako je prelaz od izduženih ka skraćenim vlaknima kontinualan, unutar grede mora da postoji sloj vlakana koja ne menjaju dužinu, ali se deformišu. Njihova dilatacija je jednaka nuli.
- Ova vlakna se zovu neutralna vlakna i ona obrazuju neutralnu površ ili tzv. neutralni sloj.
- Savijena osa štapa, koja je presek neutralne površi i ravni opterećenja, zove se elastična linija.

# Čisto savijanje

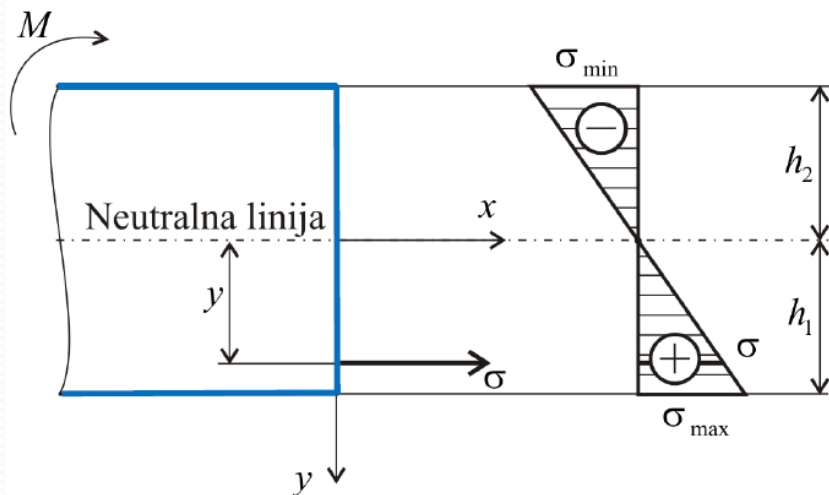


Neutralna površina – s profilom se seče u neutralnoj osi ( $rdq=dx$ )



# Čisto savijanje

Ekstremne vrednosti normalnog napona se javljaju u tačkama koje su na najvećem rastojanju od neutralne ose:



*Dijagram normalnog napona u poprečnom preseku štapa pri čistom savijanju*

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I_z} y_{\max}; \quad \sigma_{\min} = \frac{M}{I_z} y_{\min};$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{M}{I_z} h_1 = \frac{M}{W_1};$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\min} = \frac{M}{I_z} h_2 = \frac{M}{W_2}$$

$$W_1 = \frac{I_z}{h_1}$$

$$W_2 = \frac{I_z}{h_2}$$

**Otporni momenti  
preseka u odnosu  
na krajnja vlakna  
[cm<sup>3</sup>]**

# Čisto savijanje

## Prva jednačina savijanja

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y$$

- Normalni napon u nekoj tački poprečnog preseka  $\sigma$
- $M$  – moment sprega
- $I_x$  – aksijalni moment inercije površine za tu osu
- $y$  – udaljenost posmatranog vlakna od ose

# Čisto savijanje

Prva jednačina savijanja  
pokazuje da:

$$\sigma_z = \frac{M}{I_x} y$$

- Normalni napon u nekoj tački poprečnog preseka proporcionalan je napadnom momentu  $M$  savijanja i udaljenju  $y$  od neutralne ose
- Normalni napon je obrnuto proporcionalan momentu inercije poprečnog preseka za neutralnu osu  $I_x$  koja se poklapa sa *težišnom osom*

# Čisto savijanje

## Druga jednačina savijanja

$$K = \frac{1}{R_k} = \frac{M}{E \cdot I_x} = \frac{M}{B}$$

- $K$  - krivina elastične linije
- $M$  – moment sprega
- $I_x$  – aksijalni moment inercije površine za tu osu
- $E$  – modul elastičnosti
- $B = E \cdot I_x$  – krutost savijanja grede
- $R_k$  – poluprečnik krivine

# Čisto savijanje

Promena transverzalne sile i momenta savijanja duž podužne ose nosača:

- U svakom poprečnom preseku imamo odgovarajuću transverzalnu silu
- U svakom poprečnom preseku imamo odgovarajući moment savijanja.
- **Transverzalna** sila izaziva **smicanje**
- **Moment savijanja** izaziva **savijanje** nosača oko poprečne težišne ose

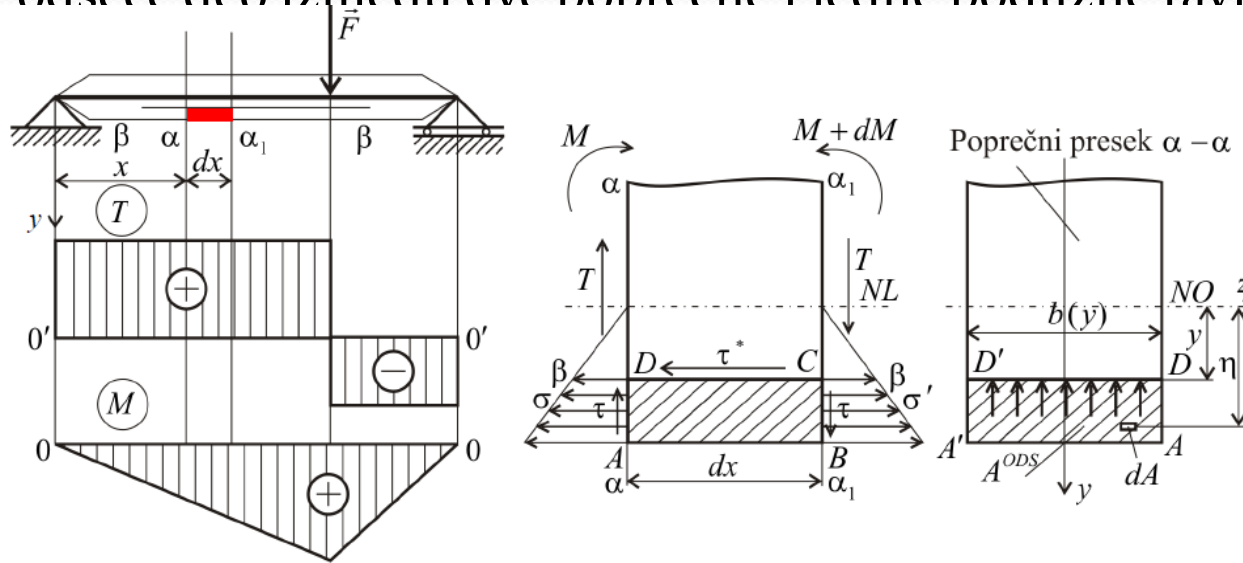
# Čisto savijanje

Jednačine savijanja važe i kod savijanja silama i moraju biti ispunjeni uslovi:

- Da neutralna linija prolazi kroz težište svih poprečnih preseka
- Da je neutralna osa težišna osa poprečnog preseka
- Da je neutralna osa, osa simetrije poprečnog preseka tj. glavna centralna ose inercije preseka.

# Čisto savijanje

Po Metodi preseka se iz grede izdvoji elementarna prizma ABCD tako što se odseče deo između dve nonprečne i jedne podužne ravni.



Metoda preseka - raspored komponentnih napona

# Čisto savijanje

- Veličina tangencijalnog napona je direktno proporcionalna veličini transverzalne sile u datom preseku i statičkom momentu odsečene površine poprečnog preseka za neutralnu osu, a obrnuto proporcionalna aksijalnom momentu inercije poprečnog preseka za neutralnu osu i širini poprečnog preseka  $b$  paralelnoj neutralnoj osi, a na rastojanju  $y$  od nje.

$$\tau = \frac{T S_Z^{ods}}{I_Z b(y)} = \frac{T S_{N.O.}^{ods}}{I_{N.O.} b(y)}$$

- treća glavna jednačina savijanja  
(formula Žuravskog)



# Čisto savijanje

- Odsečena površina predstavlja površinu poprečnog preseka koja se prostire od vlakana u kojima se traži napon i dalje od neutralne ose. Najveći tangencijalni napon je u poprečnom preseku u kome je najveća transverzalna sila i u vlaknima poprečnog preseka. Odnos  $\tau = S_{N.O.}^{ods} / b(y)$  je odnos

